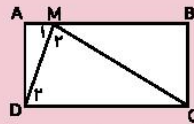


ارسلان اسیر قضیه‌ها

درمانگاه • افشین خاصه‌خان
ریاضی



گفتیم: «ایده و راه‌حلی برایش داشتی؟»

ارسلان گفت: «تلاش‌هایی کردم، اما به نتیجه نرسیدم»

گفتیم: «ممکن است در مورد آن تلاش‌ها صحبت کنیم؟»

گفت حتماً و شروع کرد به توضیح دادن:

- چون AB و BC را داریم، می‌توانیم قطر مستطیل را با استفاده از

قضیه فیثاغورس محاسبه کنیم؛ اما فایده‌ای ندارد.

- دیگر چه می‌توان کرد؟

- از قضیه خط‌های موازی هم استفاده کردم.

- چه نتیجه‌ای گرفتی؟

- نتیجه گرفتم: $\hat{D}_1 = \hat{M}_1 = \hat{D}_2$

- این نتیجه می‌تولد کمک‌کننده باشد

- اما نتوانستیم از آن استفاده کنیم.

تشخیص بیماری در تفکر ریاضی: ارسلان با آنکه دلش آموزش پایه هفتمی بود، اما واقعاً با این استدلال تعجب‌برانگیزه بود، او در

بچه‌ها، وقت به‌خیر، به درمانگاه ریاضی خوش آمدید. آرزو می‌کنم تلاش‌های پرتمیزی در مطالعه درسی داشته باشید. مراجعه‌کننده این هفته، دانش‌آموز پایه هفتم، ارسلان محبوبیان است. ارسلان همراه با پدر و مادرش که یکی از آشنایان قدیمی‌ام، به درمانگاه مراجعه کرده و طبق گفته پدرش، به حل مسئله‌های هندسی چالشی بسیار علاقه‌مند است و از حل کردن آن‌ها لذت می‌برد.

ویزیت: بعد از احوال‌پرسی با آن‌ها، ارسلان را به اتاق درمان دعوت کردم. پدر و مادر ارسلان در سلن منتظر ماندند علت مراجعه او را پرسیدم. ارسلان جواب داد: «من به درس هندسه علاقه دارم و سعی می‌کنم سؤال‌های چالشی هندسی را حل کنم. همچنین سؤال‌های آزمون‌های مدرسه‌های برتر را تعقیب می‌کنم.»

سپس با کمی مکث گفت: «چند مسئله آورده‌ام تا در حل آن‌ها مرا راهنمایی کنید»

گفتم: «چقدر عالی! من منتظرم تا مسئله‌هایت را مطرح کنی.» ارسلان گفت: «یکی از مسئله‌هایی که ذهنم را درگیر کرده، مسئله‌ای از آزمون مدرسه‌های برتر به این شرح است:

در شکل روبه‌رو، نقطه M روی ضلع AB از مستطیل $ABCD$ طوری قرار دارد که دو زاویه \hat{M}_1 و \hat{M}_2 با هم برابرند. اگر $AB=12$ و $BC=6$ ، زاویه \hat{M}_1 چند درجه است؟ (آزمون انرژی اتمی، ۱۳۹۱)»

و پرسیدم: «ارسلان طول ضلع CN چقدر است؟»
 ارسلان گفت: «چون به اندازه BC از طرف B امتداد داده‌ایم، طول BC برابر ۶ است»
 پس طول CN هم ۱۲ خواهد بود»
 بعد از کمی مکث گفت: «مثلث متساوی الساقین می‌شود، درست است؟»

پرسیدم: «چرا؟»
 گفت: «چون داریم: $MC=CN=12$ »
 جواب دادم: «بسیار عالی»
 ارسلان گفت: «حالا چطور این نتیجه‌ها را به اندازه زاویه‌ها ربط بدهیم؟»

پرسیدم: «ارسلان! در مثلث MCN باره خط MB چه نقشی دارد؟»
 مکتبی طولانی کرد، دوباره گفتیم: «ضلع CN را ببین»
 گفت: «آه‌ای، MB آن را دو قسمت مساوی تقسیم کرده است.»

- زاویه B چطور؟
 - هر دو برابر ۹۰ درجه هستند
 - الان می‌تولی نقش MB را بگویی؟
 - هم میله و هم ارتفاع وارد CN است
 - در چه مثلثی این اتفاق می‌افتد؟
 - متساوی الساقین، فکر می‌کنم قبلاً گفتیم.
 - درست است، اما این یار ساق‌ها فرق می‌کنند لطفاً بنویس.
 ارسلان نوشت: $MC=CN=12$ گفتیم: «حالا می‌تولی نتیجه نهایی را بگیری.»

ارسلان نوشت: $MC=CN=MN=12$ ، یعنی مثلث MCN متساوی الاضلاع است گفتیم: «ارسلان، حالا می‌تولی اندازه زاویه‌ها را نتیجه بگیری. در مثلث متساوی الاضلاع اندازه هر زاویه چند درجه است؟»

بلافاصله جواب داد ۶۰ درجه بعد نوشت: $\hat{C} = 60^\circ$ و با خوش حالی گفت: «حل شد $75^\circ = \hat{M}_1$ ، چون متمم زاویه C است» و نوشت:
 $75^\circ = \hat{M}_1 \rightarrow 150^\circ = 2\hat{M}_1 \rightarrow \hat{M}_1 = 150^\circ - 180^\circ = 180^\circ - 150^\circ = 30^\circ$
 ارسلان که حس رضایت در چهره‌اش کاملاً نمایان بود، گفت:
 «دستتان درد نکند، خیلی خوب بود»

گفتیم: «تو هم خوب بودی، بسیاری از مرحله‌ها را خودت انجام دادی، یک تجربه مشترک از یادگیری فعال بود و من هم خوش حالم که حس رضایت داری.»
 بعد از این تجربه، چند مسئله دیگر را هم به روش یادگیری فعال با هم بحث کردیم تا اینکه زمان درمان به پایان رسید.

تجویز داروهای هفتگی: حال نوبت تجویز داروهای درمانی برای ارسلان بود. برای او چند مسئله چالشی هندسی انتخاب کردم و از او خواستم تا آن‌ها را حل کند. ارسلان گفت سعی می‌کنم به همین صورت آن‌ها را حل کنم و اگر لازم شده دوباره به درمانگاه مراجعه می‌کنم. تجویز هفتگی هم برای ارسلان داشتیم؛ اینکه حتماً برای حل سؤال‌های چالشی حوصله زیادی به خرج دهد و تا حد ممکن در مراجعه کردن به پلسخ سؤال، مقولومت به خرج دهد بعد نیست که روش حل او با روش حل ارائه شده، متفاوت و حتی بهتر باشد. این تجربه هم لذت‌بخش و هم ملذذ است.

تعریف‌های اولیه و فهم قضیه‌ها و حتی به کار بردن آن‌ها به صورت مجزا مشکلی نداشت. ثانوی او در ترکیب قضیه‌ها و سازمان‌دهی آن‌ها به منظور ایجاد یک راهبرد برای حل مسئله بود.

درمان: به ارسلان گفتیم: «بسیار خوب تحلیل کردی و این نشان می‌دهد که تعریف‌ها و قضیه‌ها را فهمیده‌ای و از هر قضیه نتیجه مناسب را استخراج می‌کنی.»

پرسیدم: «پس چرا نمی‌توانم مسئله را حل کنم؟»
 گفتیم: «مشکلی که من می‌بینم این است که در ترکیب چند قضیه با هم و ساختن راهبردی برای حل مسئله سردرگم می‌شوی.»
 گفت: «چگونه این کار را انجام دهم؟»

گفتیم: «باید به دقت روی داده‌های مسئله تمرکز کنی و قضیه‌ها و نتیجه‌های آن‌ها را طوری مرتب کنی که قدم به قدم به مجهول مسئله برسی.»

ارسلان گفت: «راستش را بخواهید، خوب متوجه نشدم.»
 گفتیم: «قبول می‌کنم، این جمله‌ها کلی هستند، سعی می‌کنیم با انجام فعالیت این مسئله را حل کنیم، حاضری؟»

ارسلان گفت من آماده‌ام. گفتیم: «از همان قضیه خط‌های موازی شروع کنیم که اشاره کردی و من گفتیم می‌تواند کمک‌کننده باشد.»
 ارسلان پرسید: «همان که گفتیم: $\hat{D}_1 = \hat{M}_1$ ؟»
 گفتیم: «درست است، لطفاً در شکل هم بنویس. می‌تواند قضیه بعدی را تداعی کند»

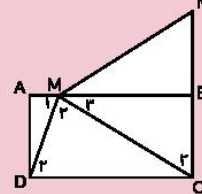
ارسلان نوشت و به دقت به شکل خیره شد بعد گفت: «دو زاویه M_1 و M_2 با هم برابرند، پس: $\hat{D}_1 = \hat{M}_1$ »
 گفتیم: «عالی است، الان انتظار دارم که یک قضیه مهم و معروف را به کار ببری.»

جواب داد: «مثلث MCD متساوی الساقین است»
 تشویقش کردم و گفتیم: «ارسلان! اگر دقت کنی، قضیه‌هایی را که خوانده‌ای با ترتیب مناسب به کار می‌بری.»

او در ادامه نوشت: $MC=DC=12$
 و بعد از مکتبی طولانی گفت: «الان طول ساق‌های مثلث قائم‌الزاویه MCD را دارم، اما چگونه زاویه M_1 را محاسبه کنم؟»

به او پیشنهاد دادم توجهش را به مثلث قائم‌الزاویه MBC معطوف کند چون در این مثلث وتر و یکی از اضلاع قائم معلوم بود و می‌شد از اندازه آن‌ها به زاویه M_1 رسید. ارسلان گفت: «در این مثلث هم داریم (وتر) $MC=DC=12$ و $BC=6$. چگونه با این اطلاعات به اندازه زاویه برسیم؟»

به یاد آوردم که ارسلان در پایه هفتم درس می‌خواند و طبیعی است که نتواند از نسبت ضلع‌های مثلث قائم‌الزاویه به اندازه زاویه‌ها پی ببرد گفتیم: «ارسلان! لازم است در لحظه راهبرد به شما کمک کنم. BC را از طرف B به اندازه خودش امتداد بده تا نقطه N حاصل شود سپس N را به M وصل کن. حالا باید تمرکز من را روی مثلث MCN بگذاریم.»



باید به دقت به شکل خیره شد بعد گفت: «دو زاویه M_1 و M_2 با هم برابرند، پس: $\hat{D}_1 = \hat{M}_1$ »
 گفتیم: «عالی است، الان انتظار دارم که یک قضیه مهم و معروف را به کار ببری.»
 جواب داد: «مثلث MCD متساوی الساقین است»
 تشویقش کردم و گفتیم: «ارسلان! اگر دقت کنی، قضیه‌هایی را که خوانده‌ای با ترتیب مناسب به کار می‌بری.»
 او در ادامه نوشت: $MC=DC=12$
 و بعد از مکتبی طولانی گفت: «الان طول ساق‌های مثلث قائم‌الزاویه MCD را دارم، اما چگونه زاویه M_1 را محاسبه کنم؟»
 به او پیشنهاد دادم توجهش را به مثلث قائم‌الزاویه MBC معطوف کند چون در این مثلث وتر و یکی از اضلاع قائم معلوم بود و می‌شد از اندازه آن‌ها به زاویه M_1 رسید. ارسلان گفت: «در این مثلث هم داریم (وتر) $MC=DC=12$ و $BC=6$. چگونه با این اطلاعات به اندازه زاویه برسیم؟»
 به یاد آوردم که ارسلان در پایه هفتم درس می‌خواند و طبیعی است که نتواند از نسبت ضلع‌های مثلث قائم‌الزاویه به اندازه زاویه‌ها پی ببرد گفتیم: «ارسلان! لازم است در لحظه راهبرد به شما کمک کنم. BC را از طرف B به اندازه خودش امتداد بده تا نقطه N حاصل شود سپس N را به M وصل کن. حالا باید تمرکز من را روی مثلث MCN بگذاریم.»